



THE
ABEL
PRIZE
2018

L'académie norvégienne des sciences et des lettres a
décidé de décerner le prix Abel 2018 à

Robert P. Langlands

de l'Institute for Advanced Study (Institut d'études avancées)
de Princeton aux États-Unis

“pour son programme visionnaire reliant la théorie
des représentations à la théorie des nombres.”

Le programme de Langlands prédit l'existence d'un réseau étroit de connexions entre les formes automorphes et les groupes de Galois.

La grande réussite de la théorie algébrique des nombres dans le premier tiers du XX^{ème} siècle a été la théorie du corps de classes. Cette théorie est une vaste généralisation de la loi de Gauss de réciprocité quadratique. Elle offre un éventail d'outils puissants pour l'étude des problèmes régis par les groupes de Galois abéliens. Le cas non-abélien s'avère être beaucoup plus difficile. Dans une lettre célèbre adressée à André Weil en 1967, Langlands a décrit un programme de grande envergure qui a révolutionné la compréhension de ce problème.

La reconnaissance par Langlands que l'on devait relier les représentations des groupes de Galois aux formes automorphes implique une idée fondamentale et inattendue, dorénavant appelée la fonctorialité de Langlands. Le principe clé de la fonctorialité de Langlands est que les représentations automorphes d'un groupe réductif doivent être attachées à des représentations de Galois dans un groupe dual, via des fonctions L.

Jacquet et Langlands ont été en mesure d'établir un premier cas de fonctorialité pour $GL(2)$, en utilisant la formule de trace de Selberg. Les travaux de Langlands sur le changement du corps de base pour les représentations de $GL(2)$ ont révélé d'autres cas de fonctorialités qui ont joué un rôle important dans la démonstration de Wiles de cas importants de la conjecture de Shimura-Taniyama-Weil.

Le groupe $GL(2)$ est l'exemple le plus simple d'un groupe réductif non-abélien. Pour traiter le cas général, Langlands a vu la nécessité de trouver une formule de trace stable, dorénavant établie par Arthur. Avec la démonstration de Ngô sur ledit lemme fondamental, conjecturé par Langlands, cela a conduit à la classification endoscopique des représentations automorphes des groupes classiques (en fonction de celles des groupes généraux linéaires).

La fonctorialité unifie de manière spectaculaire un certain nombre de résultats importants, y compris la modularité des courbes elliptiques et la démonstration de la conjecture de Sato-Tate. Elle donne également du poids à de nombreuses



conjectures remarquables telles que les conjectures Ramanujan-Peterson et Selberg et la conjecture de Hasse-Weil pour les fonctions zêta.

La fonctorialité pour les groupes réductifs sur les corps de nombres demeure hors d'atteinte, mais d'importants progrès ont été effectués grâce au travail de nombreux experts dont Drinfeld, Lafforgue et Ngô, lauréats de la médaille Fields et tous inspirés par le programme Langlands.

De nouvelles facettes de la théorie ont évolué, comme les conjectures Langlands sur les corps locaux et les corps de fonction, ainsi que le programme géométrique de Langlands. Les idées de Langlands ont accru le rôle des représentations automorphes dans d'autres domaines des mathématiques, bien au-delà des rêves les plus fous des premiers pionniers tels que Weyl et Harish-Chandra.

