

III.

Remarque sur le mémoire Nr. 4, du premier cahier du journal de M. Crelle

L'objet de ce mémoire est de trouver l'effet d'une force sur trois points donnés. Les résultats de l'auteur sont très justes, quand les trois points ne sont pas placés dans une même ligne droite; mais dans ce cas ils ne le sont pas. Les trois équations, par lesquelles les trois inconnus Q, Q', Q'' se déterminent, sont les suivantes

$$1. \begin{cases} P = Q + Q' + Q'' \\ Q'b \sin \alpha = Q''c \sin \beta \\ Qa \sin \alpha = - Q''c \sin (\alpha + \beta). \end{cases}$$

Celles-ci ont lieu pour des valeurs quelconques de P, a, b, c, α et β . Elles donnent en général comme l'auteur l'a trouvé,

$$2. \begin{cases} Q = - \frac{bc \sin (\alpha + \beta)}{r} \cdot P, \\ Q' = \frac{ac \sin \beta}{r} \cdot P, \\ Q'' = \frac{ab \sin \alpha}{r} \cdot P, \end{cases}$$

où

$$r = ab \sin \alpha + ac \sin \beta - bc \sin (\alpha + \beta).$$

Or les équations (2) cessent d'être déterminées, lorsque l'une ou l'autre des quantités Q, Q', Q'' prend la forme $\frac{0}{0}$, ce qui a lieu, comme on voit aisément pour la valeur.

$$\alpha = \beta = 180^\circ.$$

Dans ce cas il faut recourir aux équations fondamentales (1.), qui donnent alors

$$\begin{aligned} P &= Q + Q' + Q'', \\ Q'b \sin 180^\circ &= Q''c \sin 180^\circ, \\ Qa \sin 180^\circ &= - Q''c \sin 360^\circ. \end{aligned}$$

Or les deux dernières équations sont identiques puisque

$$\sin 180^\circ = \sin 360^\circ = 0.$$

Donc dans le cas où

$$\alpha = \beta = 180^\circ,$$

il n'existe qu'une seule équation, savoir

$$P = Q + Q' + Q'',$$

et par suite les valeurs de Q , Q' , Q'' ne peuvent pas alors se tirer des équations établies par l'auteur.