

XXIII.

THÉORÈME GÉNÉRAL SUR LA TRANSFORMATION DES FONCTIONS ELLIPTIQUES DE LA SECONDE ET DE LA TROISIÈME ESPÈCE.

Journal für die reine und angewandte Mathematik, herausgegeben von Crelle, Bd. 3, Berlin 1828.

Si une intégrale algébrique $f(y, x) = 0$ satisfait à l'équation

$$\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c'^2y^2)}} = a \cdot \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}},$$

on aura toujours

$$\int \frac{A + Bx^2}{1 - \frac{x^2}{n^2}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}} = \int \frac{A' + B'y^2}{1 - \frac{y^2}{m^2}} \cdot \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c'^2y^2)}} + k \log p,$$

où A, B, n sont des quantités données, A', B', m, k des quantités constantes, fonctions des premières, et p une certaine fonction algébrique de y et x . Il est très remarquable que les paramètres m et n sont liés entre eux par la même équation que y et x , savoir $f(m, n) = 0$. Dans le cas où n est infini, le premier membre deviendra seulement une fonction de la seconde espèce, et dans ce cas on pourra démontrer que

$$(a) \int (A + Bx^2) \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}} = \int (A' + B'y^2) \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c'^2y^2)}} + v,$$

où v est une fonction algébrique des variables x et y .

Au reste il est aisé de démontrer la formule (a). Il n'y a qu'à différentier l'équation

$$a \int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-c^2x^2)}} = \int \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-c'^2y^2)}}$$

par rapport au module c . Je me réserve de donner dans un autre mémoire des développemens plus étendus sur le théorème ci-dessus.