



THE ABEL PRIZE 2020

قررت الأكاديمية النرويجية للعلوم والآداب
منح جائزة أبل لعام ٢٠٢٠ إلى

السيد جريجوري مارجوليس Gregory Margulis
جامعة يال، نيوهيفين، سي تي، الولايات المتحدة الأمريكية،
Yale University, New Haven, CT, USA

السيد هيلل فورستنبرج Hillel Furstenberg،
الجامعة العبرية بمدينة القدس، اسرائيل
Hebrew University of Jerusalem, Israel

تكريمًا "لدورهما الرائد في استخدام الأساليب المستقاة من احتمالات وديناميات نظرية الزمرة ونظرية الأعداد والتوافقيات".

قريب من أولوية نسبية للأعداد الصحيحة. تبين أن هذا الفهم الطبيعي عميق للغاية وينطوي على تطبيقات لمجموعة واسعة من المجالات بما في ذلك معالجة الإشارات والأسئلة التي لا تزال قائمة في الهندسة الكهربائية وهندسة المجموعات الكسرية والتدفقات المتجانسة ونظرية الأعداد. إن "حدسية $3 \times 2 \times 3$ " ما هي إلا مثال بسيط جميل أدى إلى تحقيق العديد من التطورات الأخرى. أخذنا في الاعتبار الخريطين اللتين تأخذان المربعات والمكعبات على دائرة الوحدة المعقدة، أثبت أن المجموعات المغلقة الوحيدة الثابتة تحت هاتين الخريطين إما أن تكون كاملة أو دائرة كاملة. توضح حدسيته أن التدابير الثابتة الوحيدة هي إما محدودة أو ثابتة بالتناوب. على الرغم من الجهود التي يبذلها العديد من علماء الرياضيات، لا يزال سؤال التصنيف هذا مفتوحًا. لقد ازدهر تصنيف التدابير الثابتة من قبل المجموعات إلى مجال واسع من الأبحاث التي تؤثر في نظرية أرجوديك الكمية الحسابية، وترجمة الأسطح، ونسخة مارجوليس من حدسية ليتل وود "Littlewood"، وأعمال مارينا راتز "Marina Ratner" الرائعة. أخذ في الاعتبار التدابير الثابتة في بيئة هندسية، أثبت فورستنبرج "Furstenberg" في عام ١٩٧٢ الاستبراء الفريد للتدفق الزائد للأسطح الزائدية، نتيجة للعديد من المتحدين.

الفرع الرئيسي لنظرية الاحتمال هو دراسة السير العشوائي، مثل المسار الذي يسلكه سائح لاستكشاف مدينة لا يعرفها عن طريق سحب القرعة باستخدام عملة معدنية ليقرر ما إذا كان سوف ينعطف يسارًا أو يمينًا عندما يصل إلى تقاطع طرق. اخترع هيليل فورستنبرج "Hillel Furstenberg" وجريجوري مارجوليس "Gregory Margulis" تقنيات المناحي العشوائية المماثلة لدراسة بنية المجموعات الخطية، والتي تتكون، على سبيل المثال، من مجموعات من المصفوفات المغلقة باستخدام المعكوس والمنتج. عن طريق أخذ منتجات من المصفوفات التي تم اختيارها عشوائيًا، يسعى المرء إلى وصف كيفية نمو النتيجة وماذا يعني هذا النمو بالنسبة لبنية المجموعة.

قدم فورستنبرج "Furstenberg" ومارجوليس "Margulis" مفاهيم تتوفر فيها البصيرة والقوة، وتوصلا سويًا إلى حلول لمشاكل هائلة واكتشفا صلات مفاجئة ومثمرة بين نظرية الزمرة، ونظرية الاحتمال ونظرية الأعداد ونظرية التوافقيات ونظرية الرسم البياني. أنشأت أعمالهم مدرسة للفكر الذي كان لها تأثير عميق على العديد من مجالات الرياضيات والتطبيقات.

بدءًا من دراسة منتجات المصفوفات العشوائية، في عام ١٩٦٣، قدم هيليل فورستنبرج "Hillel Furstenberg" وصف فكرة ذات أهمية أساسية، تسمى الآن حدود فورستنبرج "Furstenberg". باستخدام هذه الفكرة، أعطى صيغة رياضية من نوع "السم" معرّبًا عن وظائف التوافقية في مجموعة عامة من هذه الحدود وقيمة كل منها. في عمله على السير العشوائي في بداية الستينيات، والبعض منه بالتعاون مع هاري كستن "Harry Kesten"، حصل أيضًا على معيار مهم بالنسبة لإيجابية أكبر لأس ليابونوف "Lyapunov".

بدافع تقريب ديوفانتاين "Diophantine"، في عام ١٩٦٧، أدخل فورستنبرج "Furstenberg" مفهوم عدم الارتباط بين الأنظمة الإرجودية، وهو مفهوم

باستخدام النظرية الإرجودية وتكرار المبرهنة بشكل متواتر، قدم فورستنبرج "Furstenberg"، في عام ١٩٧٧، دليلًا جديدًا مذهلاً على مبرهنة سزيميريدي "Szemerédi" حول وجود أعمال متقدمة حسابية كبيرة في مجموعات فرعية من الأعداد الصحيحة ذات الكثافة الإيجابية. في أعمال لاحقة مع يتسحاق كازتنبلسون "Yitzhak Kaztnelson" وبنجامين فايس "Benjamin Weiss" وآخرون، وجد تعميمات أعلى وأبعاد بعيدة لنظرية سزيميريدي "Szemerédi" وغيرها من التطبيقات لديناميات الطوبولوجيا ونظرية الإرجوديك لنظرية رامسي "Ramsey" والتركيبات المضافة. لقد أثر هذا العمل على العديد من التطورات اللاحقة بما في ذلك أعمال بن جرين "Ben Green" وتيرينس تاو

“Terence Tao” وتامار زيغلر “Tamar Ziegler” على حدسية هاردي ليتلود “Hardy-Littlewood” والتقدم الحسابي للأعداد الأولية.

دراسة العديد من مشاكل الفرز والتكافؤ باستخدام منهج خلط مارجوليس “Margulis”.

هناك تطبيق آخر مذهل لأساليبه، وهو برهان عام ١٩٨٤ على حدسية أوبنهايم “Oppenheim” الذي استمر لعقود من الزمن في نظرية الأعداد: شكل تربيعي غير منحل الذي يتكون من ٣ متغيرات أو أكثر إما يأخذ مجموعة كثيفة من القيم على الأعداد الصحيحة أو هو مضاعف لشكل مع معاملات عقلانية.

في نظرية الرسوم البيانية، نتج عن إبداع مارجوليس “Margulis” في عام ١٩٧٣ إنشاء أول مجموعة واضحة الأسس، باستخدام خاصية كازدان (T) Kazhdan. الأس هو رسم بياني ذو قدرة توصيل عالية. هذه الفكرة، التي قدمها مارك بينسكس Mark Pinsker، تأتي من دراسة الشبكات في أنظمة الاتصالات.

تُعد الرسوم البيانية للأس الآن أداة أساسية في رموز علوم الكمبيوتر وتصحيح الأخطاء. في عام ١٩٨٨، بنى مارجوليس “Margulis” أسس مثالية، تعرف الآن باسم الرسوم البيانية رامانوجان “Ramanujan”، والتي تم اكتشافها بشكل مستقل بواسطة ألكس لوبوتزكي “Alex Lubotzky” وبيتر سارناك “Peter Sarnak” ورافل فيليبس “Ralph Phillips”.

يمتد تأثير فورستنبرج “Furstenberg” ومارجوليس “Margulis” إلى ما هو أبعد من نتائجهم ومجالاتهم الأصلية. يتم التعرف عليهم كرائدين من قبل مجموعة واسعة من علماء الرياضيات، من نظرية الكذب، والمجموعات المنفصلة والمصفوفات العشوائية إلى علوم الكمبيوتر ونظرية الرسم البياني. لقد أثبتوا مدى انتشار الأساليب الاحتمالية وكفاءة عبور الحدود بين التخصصات الرياضية المنفصلة، مثل التفرع الثنائي التقليدي بين الرياضيات البحتة والتطبيقية.

أدخل جريجوري مارجوليس “Gregory Margulis” ثورة على دراسة بنى المجموعات شبه البسيطة. البنية في مجموعة هي مجموعة فرعية منفصلة بحيث يكون ناتج القسمة منطويًا على حجم محدد. بالنسبة للمجموعات شبه البسيطة، قام مارجوليس “Margulis” بتصنيف هذه البنى في مبرهنتي “الصلابة المتناهية” “superrigidity” و “الحسابية” “arithmetcity” في منتصف السبعينيات. بنى أرماند بوريل “Armand Borel” وهاريس شاندر “Harish-Chandra” البنى في مجموعات شبه بسيطة باستخدام الإنشاءات الحسابية بشكل أساسي كمجموعة من المصفوفات ذات القيمة الصحيحة في مجموعة مصفوفة كبيرة. أثبت مارجوليس “Margulis” أن جميع البنى في المرتبة ٢ أو أعلى تنشأ من هذا البناء الحسابي، كما كانت حدسية أتل سيلبرج “Atle Selberg”. في عام ١٩٧٨، كشف مارجوليس “Margulis” عن هيكلية هذه البنى في “مبرهنة المجموعات الفرعية الطبيعية”. من أهم تقنياته، الاستخدام المذهل والمفاجئ للأساليب الاحتمالية (السير العشوائي، مبرهنة أسيلديتس “Oseledets”، و قدرة التغلب عليها، حدود فورستنبرج “Furstenberg”، بالإضافة إلى خاصية كازدان (T) “Kazhdan property”.

في أطروحته عام ١٩٧٠، بنى مارجوليس “Margulis” ما يسمى “تدبير بوين -مارجوليس” “Bowen-Margulis” من مجموعة ريمان “Riemannian” المدمجة ذات انحناء متغير سلبي تمامًا. باستخدام خاصية الخلط بين التدفقات الجيوديسية فيما يتعلق بهذا المقياس، أثبت أنه يشبه نظرية الأعداد الأولية، وهي صيغة مقارنة لعدد الجيوديسيات المغلقة والتي تكون أقصر من طول معين. قبل ذلك، كانت نتيجة الفرز الوحيدة هي صيغة تتبع سيلبرج “Selberg” التي تعمل فقط على المساحات المتماثلة محليًا. منذ ذلك الحين، تمت