



Abelprisvinner 2012 Endre Szemerédi

Kombinatorikk

Szemerédis teorem om eksistens av aritmetiske progresjoner i mengder av positiv tetthet er et resultat i tallteori. Beviset for teoremet og det såkalte Szemerédis regularitetslemma, som beviset bygger på, tilhører det fagfeltet vi kaller kombinatorikk. Hvis vi presiserer enda nærmere dreier dette seg om grafteori.

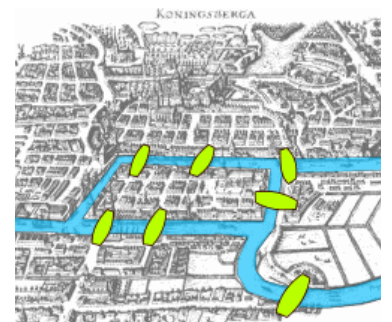
Kombinatorikk og grafteori

Kombinatorikk er en matematisk disiplin som dreier seg om å studere endelige eller tellbare strukturer. Det kan dreie seg om å telle antall strukturer av en gitt type eller størrelse, avgjøre når gitte kriterier er oppfylt, eller å konstruere og analysere objekter som oppfyller kriteriene. Kombinatoriske problemer finnes i mange matematiske disipliner; algebra, sannsynlighetsteori, topologi og geometri. Det finnes også mange kombinatoriske anvendelser innen optimering, informatikk og statistisk fysikk.

Historisk har mange kombinatoriske spørsmål blitt betraktet som isolerte problemer, eller som ad hoc-løsninger til andre matematiske utfordringer. Men i løpet av de siste tiårene av det tjuende århundret ble det utviklet mer generelle metoder, noe som var med på å gjøre kombinatorikk til en egen matematisk disiplin. En av de eldste og mest visuelle grenene av kombinatorikk er grafteori med sine mange naturlige forbindelser til andre disipliner.

Grafteori omfatter studiet av grafer, dvs. matematiske strukturer som modellerer parvise relasjoner mellom objekter. I denne settingen er en graf en samling av hjørner eller noder og en samling av kanter som forbinder par av noder. Grafer er blant de mest allestedsnærværende modeller til å studere både natur- og menneskeskapte strukturer. De gir oss mulighet til å beskrive dynamikken i fysiske, biologiske og sosiale systemer. Mange problemer av mer praktisk art kan også beskrives med grafteori. Som start-

en på grafteorien regnes vanligvis **Leonhard Eulers** artikkel om de sju broene i Königsberg, publisert i 1736.



Et uløst problem

Som et (tilfeldig valgt) eksempel på et uløst problem i grafteori, kan vi nevne Erdős–Faber–Lovász formodningen fra 1972, oppkalt etter **Paul Erdős**, **Vance Faber** og **László Lovász**. Formodningen sier, i **Haddad** og **Tardifs** dagliglivsrelaterede reformulering fra 2004: *Anta at vi på en arbeidsplass har k komitéer, hver består av k medlemmer, og at alle komitéene har møtene sine i samme rom, og at rommet har k stoler. Anta videre at ingen par av komitéer overlapper med mer enn en person. Er det mulig å plassere komitéemedlemmene på stolene på en slik måte at hvert medlem sitter i samme stol i alle de forskjellige komitéene som han eller hun tilhører?* Paul Erdős utlovet opprinnelig en belønning på US\$ 50 for å bevise dette resultatet, en belønning som siden har blitt hevet til US\$ 500. Anta at du er en av personene. Når første komité møtes velger du en stol. I neste komité er du den eneste som fortsatt sitter og du beholder stolen. I de neste komitéene forlater du stolen og andre overtar. Etter en stund møtes en av dine komitéer igjen. Kan du da være sikker på at din stol er ledig?