



THE
ABEL
PRIZE
2018

A Academia Norueguesa de Ciências e Letras
decidiu atribuir o Prémio Abel de 2018 a

Robert P. Langlands

do Instituto de Estudos Avançados, Princeton, EUA,

“pelo seu programa visionário que liga a teoria
da representação à teoria dos números.”

O programa de Langlands prevê a existência de uma forte rede de ligações entre as formas automórficas e os grupos de Galois.

A grande conquista da teoria algébrica dos números no primeiro terço do século XX foi a teoria dos corpos de classes. Oferecendo uma série de poderosas ferramentas para estudar os problemas regidos pelos grupos de Galois abelianos, esta teoria é uma vasta generalização da lei de Gauss da reciprocidade quadrática. O caso não abeliano revela-se substancialmente mais profundo. Numa famosa carta a André Weil em 1967, Langlands delineou um extenso programa que revolucionou a compreensão deste problema.

O reconhecimento por Langlands de que se devem relacionar as representações dos grupos de Galois com as formas automórficas envolve uma ideia inesperada e fundamental, atualmente denominada functorialidade de Langlands. O princípio chave da functorialidade de Langlands é que as representações automórficas de um grupo reductivo devem ser relacionadas com as representações de Galois num grupo dual por meio de funções L.

Usando a fórmula do traço de Selberg, Jacquet e Langlands conseguiram estabelecer um primeiro caso

de functorialidade para $GL(2)$. O trabalho de Langlands sobre a mudança de base para $GL(2)$ provou outros casos de functorialidade, algo que desempenhou um papel na demonstração de Wiles de importantes casos da conjectura de Shimura-Taniyama-Weil.

O grupo $GL(2)$ é o exemplo mais simples de um grupo não abeliano reductivo. Para passar ao caso geral, Langlands viu a necessidade de uma fórmula de traço estável, agora estabelecida por Arthur. Juntamente com a demonstração de Ngô do chamado Lema Fundamental, conjecturado por Langlands, isto levou à classificação endoscópica das representações automórficas dos grupos clássicos, no que diz respeito aos grupos lineares gerais.

A functorialidade unifica dramaticamente uma série de importantes resultados, incluindo a modularidade de curvas elípticas e a demonstração da conjectura de Sato-Tate. Também confere peso a diversas conjecturas pendentes, tais como as conjecturas de Ramanujan-Peterson e Selberg, e a conjectura de Hasse-Weil para funções zeta.

A functorialidade para grupos reductivos sobre corpos de números permanece fora de alcance, mas grandes avanços foram obtidos graças ao trabalho de muitos especialistas, incluindo Drinfeld, Lafforgue e Ngô, todos



vencedores da Medalha Fields e inspirados pela luz orientadora do programa de Langlands. Desenvolveram-se novas facetas da teoria, entre quais as conjeturas de Langlands sobre corpos locais e corpos de funções, além do seu programa geométrico. As ideias de Langlands

elevaram as representações automórficas a um papel de destaque em outras áreas da Matemática, excedendo em muito os sonhos mais ousados dos primeiros pioneiros como Weyl e Harish-Chandra.

